

ΆΣΚΗΣΕΙΣ (Διαλέξεις 4-5)

1. Να επιλυθεί η εξίσωση

$$y(t) = \int_0^{\infty} e^{-|t-s|} y(s) ds, \quad t \geq 0$$

α) με χρήση μετρίμων Laplace

β) με αναγωγή σε διαφορική εξίσωση.

2. Να υπολογιστούν οι (συνεπείς) αντίστροφοι μετρίκοι Laplace

(i) $\mathcal{L}^{-1} \left[\frac{s^2}{(s^2+k^2)^2} \right] (t)$

(ii) $\mathcal{L}^{-1} \left[\frac{as^2+bs+c}{(s^2+k)^2} \right] (t)$

3. Με χρήση μετρίμων Laplace, να επιλυθούν τα Π.α.Τ.

(i) $y'' + y = \begin{cases} 4, & t \in [0, 2] \\ t+2, & t > 2 \end{cases} \quad y(0) = 0, y'(0) = 0$

(ii) $y'' + 3y' + 2y = \begin{cases} t, & t \in [0, \alpha] \\ \alpha e^{-(t-\alpha)}, & t > \alpha \end{cases} \quad y(0) = 0 = y'(0).$

4. Να λυθεί το Π.α.Τ: $y'(t) + 2y(t-1) = t, \quad y(t) = 1, t \in [-1, 0].$
 $t \geq 0$

5. Να αναχθεί το Π.α.Τ. $y'' + (1+\lambda t^2)y = \omega \sin t, \quad t \geq 0$
 $y(0) = 0, y'(0) = 2$

σε εξίσωση Volterra. Να επιλυθεί η εξίσωση για $\lambda = 0$.

6. Να λυθεί η εξίσωση $y'(t) + qy(t) = b(t)$ με χρήση μετρίμων Laplace.
($q \in \mathbb{R}, b \in C([0, \infty)), b: \text{εξθ.} \rightarrow \mathbb{R}$)